FACULTE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES
DE L'UNIVERSITE DE LAUSANNE

Professeurs : D. Andrei C. Bobtcheff	**Matière :** Principes généraux de finance	**Session :** Automne 2012

Informations générales:

- Documentation autorisée.
- Toutes calculatrices autorisées.
- Examen de … pages (page de titre comprise).
- Le nombre total de points est de 100.
- Prière de répondre directement dans les espaces prévus à cet effet. Sauf mention explicite à la question concernée, les feuilles de brouillon ne seront pas corrigées.

Nom et prénom	**No matricule**	**No de place**

Note finale: ....

Q1 : ....
Q2 : ....
Q3 : ....
Q4 : ....
Bonus : ....
Total : ....

❋❋❋❋

Exercice 1 (20 points)

Nous sommes le 1er juin 2012.

Vous souhaitez vous lancer dans la restauration rapide à partir du 1er juillet 2012. Vous êtes plus particulièrement intéressé par la vente de raclette. Vous pensez être capable de travailler avec trois appareils à raclette à la fois. Un ami peut vous fournir d'anciens appareils, mais ils ne sont pas très puissants, et le fromage met beaucoup de temps à fondre. Vous savez qu'il existe de nouveaux appareils très performants qui permettent au fromage de fondre rapidement tout en conservant son onctuosité. Ces derniers sont fabriqués par une entreprise valaisanne qui vient d'ouvrir. Un nouvel appareil coûte 20'000 CHF. La confédération suisse encourage la création de nouvelles entreprises et vous pouvez bénéficier d'une réduction de 10% sur le premier appareil acheté.

Vous estimez la demande mensuelle à 6000 portions par mois pendant l'hiver (de janvier à juin) et 3500 portions l'été (de juillet à décembre). En effet, l'été peut parfois être froid en Suisse ! Un vieil appareil peut produire 1500 portions par mois et un nouvel appareil peut produire 2000 portions par mois. La demande mensuelle en hiver ne peut donc pas être totalement satisfaite avec les trois anciens appareils à raclette. De plus, le coût de fabrication variable d'une portion de raclette avec le nouvel appareil est de 7 CHF, alors qu'il est de 9 CHF avec un ancien appareil car la consommation en électricité du nouvel appareil est moins importante. Une part de raclette peut être vendue 13 CHF l'hiver et 11 CHF l'été.

Enfin, vous savez que vous allez suivre cette activité pour un an seulement, et une nouvelle machine pourra être revendue 12'000 CHF en juillet 2013.
Les autres données sont les suivantes :

- on considère une économie sans impôts,
- le taux d'intérêt effectif mensuel est de 10%.

Question :

Sachant que vous devez prendre la décision aujourd'hui, décidez d'acheter une, deux, trois ou aucune nouvelle machine ?
Pour répondre à cette question, vous ne devez pas calculer la VAN du projet, mais la différence de VAN entre :

- n'acheter aucune machine et acheter une machine,
- acheter une machine et acheter deux machines,
- acheter deux machines et acheter trois machines.

1 machine vs 0 machine

	juin-12	juil-12	août-12	sept-12	oct-12	nov-12	déc-12	janv-13	févr-13	mars-13	avr-13	mai-13	juin-13	juil-13
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	-18000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	6000	6000	6000	6000	6000	6000	12000
	-18000,00	3636,36	3305,79	3005,26	2732,05	2483,69	2257,90	3078,95	2799,04	2544,59	2313,26	2102,96	1911,78	3475,97
ΔVAN	17 648													

2 machines vs 1 machine

	juin-12	juil-12	août-12	sept-12	oct-12	nov-12	déc-12	janv-13	févr-13	mars-13	avr-13	mai-13	juin-13	juil-13
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	-20000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	6000	6000	6000	6000	6000	6000	12000
	-20000,00	2727,27	2479,34	2253,94	2049,04	1862,76	1693,42	3078,95	2799,04	2544,59	2313,26	2102,96	1911,78	3475,97
ΔVAN	11 292													

3 machines vs 2 machines

	juin-12	juil-12	août-12	sept-12	oct-12	nov-12	déc-12	janv-13	févr-13	mars-13	avr-13	mai-13	juin-13	juil-13
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	-20000	0	0	0	0	0	0	6000	6000	6000	6000	6000	6000	12000
	-20000,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3078,95	2799,04	2544,59	2313,26	2102,96	1911,78	3475,97
ΔVAN	- 1 773													

Passage de 0 à une machine :

- en t = 0, achat de la machine avec un rabais de 10%,
- en été, gain de 2 CHF sur 2000 portions vendues avec la nouvelle machine,
- en hiver, gain de 6 CHF sur les 500 portions supplémentaires vendues, et gain de 2 CHF sur 1500 portions vendues avec la nouvelle machine,
- revente de la machine en juillet 2013.

Passage de une à deux machines :

- en t = 0, achat de la machine,
- en été, gain de 2 CHF sur 1500 portions vendues avec la nouvelle machine,
- en hiver, gain de 6 CHF sur les 500 portions supplémentaires vendues, et gain de 2 CHF sur 1500 portions vendues avec la nouvelle machine,
- revente de la machine en juillet 2013.

Passage de deux à trois machines :

- en t = 0, achat de la machine,
- pas de gain en été puisque la nouvelle machine n'est pas utilisée en été,
- en hiver, gain de 6 CHF sur les 500 portions supplémentaires vendues, et gain de 2 CHF sur 1500 portions vendues avec la nouvelle machine,
- revente de la machine en juillet 2013.

Conclusion : il est optimal d'acheter deux nouvelles machines et d'utiliser une ancienne machine.

Exercice 2 (30 points)

On considère une économie avec deux actifs risqués présentant un coefficient de corrélation de -0.04 et ayant les caractéristiques suivantes :

	rendement espéré	écart type
action *A*	10%	18%
action *B*	3%	8%

Questions :

a. Déterminez l'ensemble de portefeuilles à variance minimale. Déterminez la composition des deux portefeuilles à variance minimale qui ont un écart type de 7.5%. Lequel de ces deux portefeuilles est efficient ?
   Déterminez la composition du portefeuille à variance minimale ainsi que son rendement espéré et son écart type.
   Est-il possible de construire un portefeuille ayant un écart type de 6% ?

L'ensemble des portefeuilles à variance minimal est donné par $\sigma_P^2(\mu_P) = \frac{A\mu_P^2 - 2B\mu_P + C}{\Delta}$, avec A = 1'$\Sigma^{-1}$ 1 =192.979 ,B =1'$\Sigma^{-1}\mu$ =8.1481 , C = $\mu'\Sigma^{-1}\mu$ =0.4667 , Δ = AC-B^2= 23.6683, $\mu = \begin{bmatrix} \mu_A \\ \mu_B \end{bmatrix}$ et $\Sigma = \begin{bmatrix} 0.0324 & -0.0006 \\ -0.0006 & 0.0064 \end{bmatrix}$.

On résout l'équation $\sigma_P^2(\mu_P) = \frac{A\mu_P^2 - 2B\mu_P + C}{\Delta} = 0.075^2$, qui donne μ_P = 3.49% et μ_P = 4.96%. Pour obtenir la composition de ces deux portefeuilles, on utilise la formule eu cours w = $\lambda\Sigma^{-1}1+\gamma\Sigma^{-1}\mu$, avec λ = (C-μB)/Δ et γ = (μA-B)/Δ, c'est-à-dire que le portefeuille ayant un rendement espéré de 3.49% est composé à 6.93% d'actions A et à 93.07% d'actions B alors que le portefeuille ayant un rendement espéré de 4.96% est composé à 28% d'actions A et à 72% d'actions B. C'est ce portefeuille qui est efficient.

D'après le cours, quand il y a uniquement 2 actifs risqués, la composition du portefeuille à variance minimale globale est égale à : $w_g = \frac{\sigma_B^2 - \rho\,\sigma_A\sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho\,\sigma_A\sigma_B}$ =17.46% d'actions A et 82.54% d'actions B. Son rendement espéré est donné par $w_g\mu_A+(1-w_g)\mu_B$ = 4.22% et son écart type est égal à $(w_g^2\sigma_A^2+(1-w_g)^2\sigma_B^2+2\rho w_g(1-w_g)\sigma_A\sigma_B)0.5$ = 7.20%.

Il n'est pas possible de construire un portefeuille avec un écart type inférieur à celui du portefeuille à variance minimale globale, ce n'est donc pas possible de construire un portefeuille avec un écart type de 6%.

A partir de maintenant, on considère qu'il existe un actif sans risque dans l'économie avec un rendement espéré r_f égal à 3%.

b. Déterminez la composition du portefeuille de tangence ainsi que l'ensemble des portefeuilles efficients. Quelle est la prime de risque du portefeuille de tangence dans cette économie ?

L'ensemble des portefeuilles efficients est la droite qui lie l'actif sans risque au portefeuille de tangence. La composition du portefeuille de tangence est donnée par $w_T = \frac{\Sigma^{-1}(\mu - r_f 1)}{B - Ar_f}$,c'est-à-dire w_T = [91.74%, 8.26%]. Le portefeuille de tangence est composé à 91.74% d'actions A et à 8.26% d'actions B.

L'équation de l'ensemble des portefeuilles efficients est $\mu = \frac{\mu_T - r_f}{\sigma_T}\sigma + r_f$ où $\mu_T = \frac{C - Br_f}{B - Ar_f}$ = 9.42% et $\sigma_T = \sqrt{\frac{C - 2Br_f + Ar_f^2}{(B - Ar_f)^2}}$.=16.5%. Ainsi l'équation de la droite est $\mu = 0.3892\,\sigma + 0.03$. La prime de risque du portefeuille de tangence est égale à 9.42%-3%=6.42%.

c. Déterminez la composition portefeuille optimal d'un investisseur ayant des préférences moyenne-variance et un coefficient d'aversion absolu pour le risque égal à 2. Quel est le rendement espéré de ce portefeuille optimal ? Quel est son écart type ?

La composition du portefeuille optimal est donnée par $w_t = \frac{\mu_T - r_f}{2\sigma_T^2} = 1.1794$. Le portefeuille optimal de cet investisseur a donc une proportion de 1.1794 dans le portefeuille de tangence et de -0.1794 dans l'actif sans risque. Etant donnée la composition du portefeuille de tangence, ce portefeuille optimal est composé d'actions A en proportion 1.0820, d'actions B en proportion 0.0974 et de l'actif sans risque en proportion -0.1794.
Ce portefeuille optimal a un rendement espéré, $(1 - w_t)r_f + w_t\mu_T$, égal à 0.1057 et un écart type, $w_t\sigma_T$, égal à 0.1946.

On suppose que le CAPM est vérifié par les actifs de cette économie.

d. Déterminez la composition (en fonction de l'actif sans risque et des actions *A* et *B*) du portefeuille efficient P_1 ayant un rendement espéré de 6%.
Déterminez le rendement espéré et l'écart type du portefeuille P_2 composé à 50% du portefeuille de tangence et à 50% de l'actif sans risque. Ce portefeuille P_2 est-il sur la CML ? Quel est son bêta β_2 ?
Déterminez le rendement espéré et l'écart type du portefeuille P_3 ayant le même risque systématique que le portefeuille P_2 (en termes de variance) et dont le risque unique (en termes de variance) représente 30% du risque total (en termes de variance).

D'après $(1 - w_t)r_f + w_t\mu_T = 0.06$, avec μ_T = 0.0942 et r_f = 0.03, on en déduit que w_t = 46.71%. Le portefeuille P_1 est donc composé à 42.86% d'actions A, à 3.86% d'actions B et à 53.29% d'actif sans risque.
Le portefeuille P_2 a un rendement espéré égal à $0.5r_f+0.5\mu_T$ = 6.21% et un écart type 0.5 σ_T = 8.25%. N'étant composé uniquement du portefeuille de tangence et de l'actif sans risque, il est sur la CML donc il est efficient. Son bêta est donné par $\beta_2 = (\mu_2-r_f)/(\mu_T-r_f)$ = 0.5.

Le risque systématique du portefeuille P_3 est $(1 - \rho_{P3T}^2)\sigma_{P3}^2$ = 0.0825^2. Comme le risque systématique représente 70% du risque total (en termes de variance), on a $1 - \rho_{P3T}^2 = 0.7$. Il s'ensuit que σ_{P3} = 9.86%.
Le rendement attendu du portefeuille P_3 est déterminé par le CAPM $\mu_j = r_f + (\mu_T - r_f)\rho_{P3T}\frac{\sigma_{32T}}{\sigma_T}$ = 5.1%.

e. La situation économique semble se détériorer et le rendement espéré de l'action *A* est maintenant estimé à 8.5%. Sans faire aucun calcul, pouvez-vous intuitivement décrire ce que ce changement implique dans la valeur de la prime de risque ?

Il est possible de diversifier avec deux actifs dont l'un a un rendement espéré plus faible, la pente de la CML va donc être plus faible : une unité de risque pris va être moins rémunéré.

Exercice 3 (25 points)

L'entreprise HEC Espace Entreprise, ayant un ratio dettes/fonds propres $\frac{D}{E} = 0.5$, dégage un rendement sur actifs de $r_A = 12\%$ par an. La valeur de ses fonds propres sur le marché est $E = 10'000$ et leur rendement attendu de $r_E = 15\%$ par an. La dette n'est pas risquée et sa valeur sur le marché est actuellement égale à sa valeur nominale. Le taux d'imposition sur les bénéfices de l'entreprise est $t_c = 40\%$.

a) Quelle est la valeur des dettes de l'entreprise (D) ? Quelle est la valeur de l'entreprise endettée (V_L) ? A combien se monte l'avantage fiscal de la dette ? Quelle est la valeur de l'entreprise non endettée (V_U) ?

Réponse :

Comme $\frac{D}{E} = 0.5$ *et* $E = 10'000$, *on obtient* $D = 5'000$. *La valeur de l'entreprise endettée est donc* $V_L = D + E = 15'000$. *L'avantage fiscal de la dette est* $t_c D = 2'000$. *La valeur de l'entreprise non endettée est* $V_U = V_L - t_c D = 13'000$.

b) Quel est le rendement attendu des dettes de l'entreprise ?

Réponse :

On sait par le second théorème de Modigliani Miller avec impôts que

$$r_E = r_A + \frac{D}{E}(r_A - r_D)(1 - t_c)$$

De cette expression on peut obtenir r_D. *Le rendement de la dette est donc de*

$$r_D = r_A - \frac{r_E - r_A}{1 - t_c}\frac{E}{D} = 2\%$$

c) Quel est le montant attendu total distribué par année aux créanciers et actionnaires ?

Réponse :

Le montant que les actionnaires s'attendent à recevoir est de $15\% * 10'000 = 1'500$. *Les créanciers s'attendent à recevoir* $2\% * 5'000 = 100$. *En tout, créanciers et actionnaires reçoivent donc* $1'500 + 100 = 1'600$.

d) A combien le coût moyen pondéré du capital se monte-t-il annuellement ?

Réponse :

Comme $\frac{D}{E} = 0.5$, *on obtient* $\frac{D}{D+E} = \frac{1}{3}$ *et* $\frac{E}{D+E} = \frac{2}{3}$. *En utilisant ces résultats, le coût moyen pondéré du capital vaut*

$$WACC = \frac{D}{D+E}(1-t_c)r_D + \frac{E}{D+E}r_E = 0.104 = 10.4\%$$

e) Quel est le bénéfice d'exploitation avant intérêts et impôts annuel attendu de l'entreprise (aussi appelé EBIT) ?

Réponse :

Première alternative : Nous savons que la valeur de l'entreprise non endettée est de $V_U = \frac{EBIT(1-t_C)}{r_A} = 13'000$. *A partir de cette équation on peut obtenir EBIT :*

$$EBIT = \frac{V_U r_A}{1-t_c} = 2'600$$

Deuxième alternative : Nous savons que la valeur de l'entreprise endettée est de $V_L = \frac{EBIT(1-t_C)}{WACC} = 15'000$. *A partir de cette équation on peut obtenir EBIT :*

$$EBIT = \frac{V_L WACC}{1-t_c} = 2'600$$

Troisième alternative : Nous pouvons remonter dans le compte de pertes et profits pour obtenir EBIT :

		Remarques
EBIT	*2'600*	*=Bénéfice avant impôts + Intérêts*
Intérêts	*100*	*De question (c)*
Bénéfice avant impôts	*2'500*	*=Bénéfice après impôts/(1-0.4)*
Impôts	*1'000*	*=Bénéfice après impôts/(1-0.4)*0.4*
Bénéfice après impôts	*1'500*	*Point de départ*

Supposons maintenant que l'entreprise annonce qu'elle va racheter la moitié de sa dette, ce rachat étant financé par l'émission de nouvelles actions.

f) Cette décision a-t-elle créé ou détruit de la valeur pour l'entreprise ? Combien ? Quelle est maintenant la valeur de l'entreprise ?

Réponse :

Cette décision détruit de la valeur car elle réduit l'avantage fiscal de la dette d'un montant égal au taux d'imposition multiplié par le montant de la dette racheté. Comme il n'y a pas de coûts de détresse financière, c'est le seul effet de cette décision. La valeur détruite se monte à

$$t_c\left(D_{avant} - D_{après}\right) = 0.4 * 2'500 = 1'000$$

Par conséquent, l'entreprise vaut maintenant $V_{L,nouveau} = 15'000 - 1'000 = 14'000$.

g) Au moment de l'annonce, comment la valeur de la dette et des fonds propres réagit-elle ? Par conséquent, qui est-ce qui subit les conséquences de l'annonce ?

Réponse :

Au moment de l'annonce, la valeur de la dette ne réagit pas (puisqu'elle n'est pas risquée, le fait qu'il y en ait moins ne réduit pas son rendement attendu). La valeur des fonds propres baisse d'un montant égal à la valeur détruite, 1'000, et est donc égale à 9'000. Ce sont donc les actionnaires qui subissent les conséquences (négatives) de cette décision de rachat de la dette.

h) A combien se montent la valeur de la dette et des fonds propres une fois le rachat de la dette effectué ? Quel est alors le ratio dettes/fonds propres ?

Réponse :

Une fois le rachat effectué, la valeur de la dette est la moitié de ce qu'elle était auparavant, donc $\frac{5'000}{2} = 2'500$. *La valeur des fonds propres a augmenté du montant de la nouvelle émission d'actions, 2'500, moins la valeur détruite de 1'000. La valeur des fonds propres est donc de* $10'000 + 2'500 - 1'000 = 11'500$. *Le ratio dettes/fonds propres vaut maintenant* $\frac{2'500}{11'500} = 0.2174$.

i) Intuitivement, pensez-vous que le coût moyen pondéré du capital après le rachat a augmenté ou diminué ? Pourquoi ? (Pas de calcul nécessaire ici, juste préciser s'il y a augmentation ou diminution et justifier pourquoi)

Réponse :

Le rachat de la dette détruit de la valeur, donc le coût moyen pondéré du capital augmente ***(réponse suffisante pour avoir tous les points).***

On peut aussi calculer le nouveau WACC :

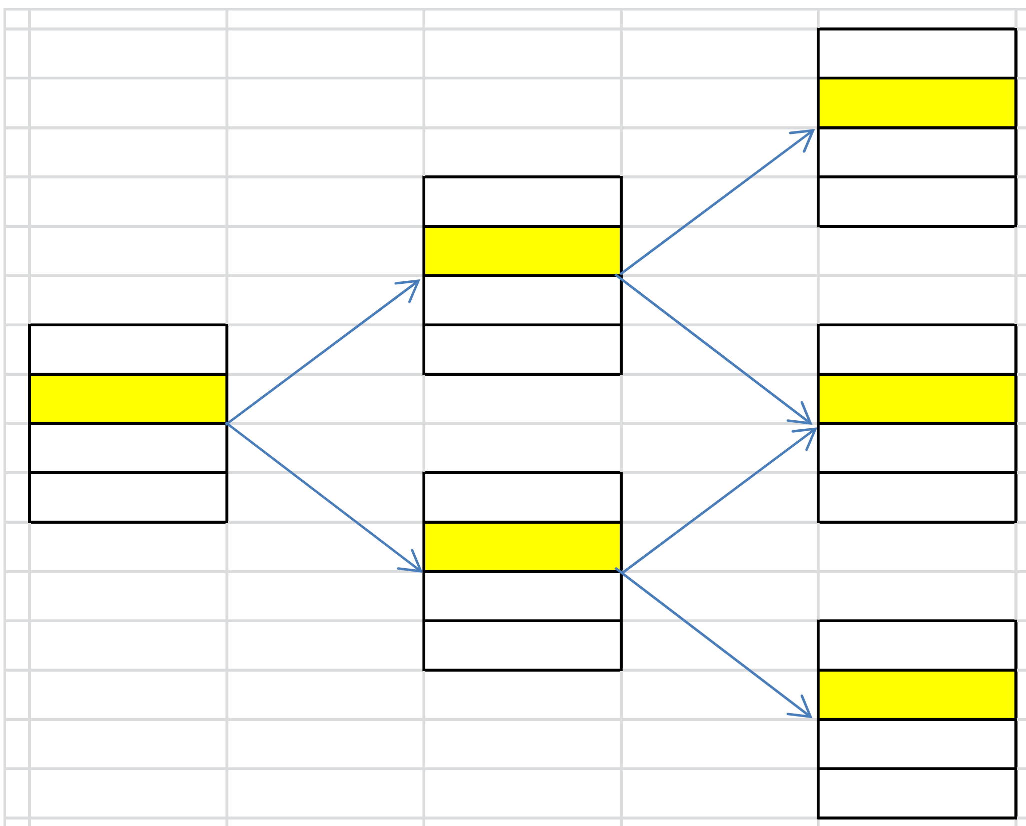
$$WACC_{nouveau} = \frac{EBIT(1-t_c)}{V_{L,nouveau}} = 0.1114 > 0.104$$

Exercice 4 (25 points)

Le Comité HEC est une entreprise spécialisée dans la vente des pulls HEC. Les actions du Comité HEC valent actuellement 300 CHF sur le marché. D'une année à l'autre, leur cours peut soit augmenter de 25%, soit baisser de 20%. Le taux d'intérêt de l'actif sans risque est de 7% par an.

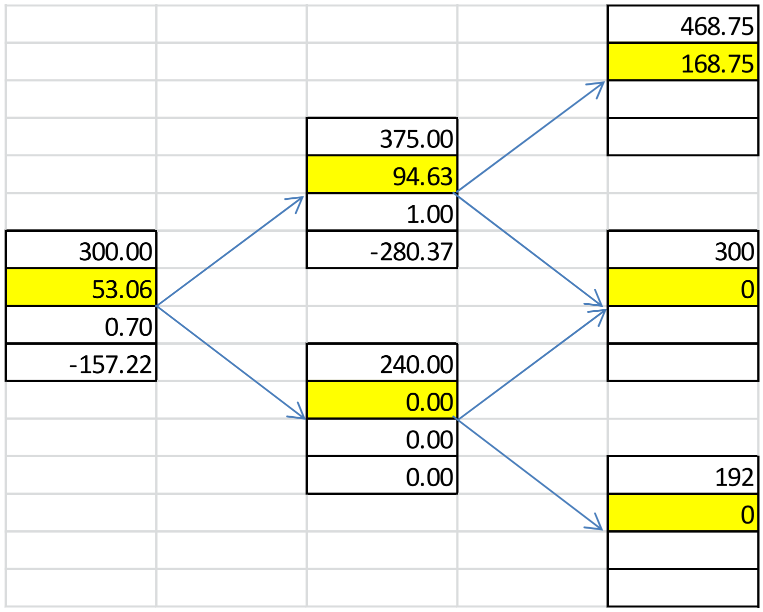
La rémunération du président du Comité HEC, Cyril O'Hana, consiste en un salaire fixe plus une option exotique appelée *option à choix différé*. Cyril O'Hana aimerait vendre cette option aujourd'hui, mais il ne sait pas à quel prix. Le but de cet exercice est d'aider Cyril O'Hana à évaluer cette option à choix différé.

a) Déterminez le prix aujourd'hui d'une option Call sur l'action Comité HEC avec un prix d'exercice de 300 CHF et une maturité de 2 ans en utilisant la technique du portefeuille de réplication. Déterminez le portefeuille composé de l'action et de l'actif sans risque nécessaire pour répliquer cette option au cours du temps. Utilisez l'arbre ci-joint. Veuillez justifier vos réponses.



Réponse :

On remplit l'arbre en partant de la fin, avec les formules vues en cours. Le prix de l'option Call est $C_0 = 53.06\,CHF$. *Le portefeuille composé de l'action et de l'actif sans risque nécessaire pour répliquer cette option au cours du temps est représenté sur l'arbre.*



Pour répliquer l'option en période 1 si le cours de l'action a monté, il faut acheter

$$\delta_1^u = \frac{C_2^{uu} - C_2^{ud}}{S_2^{uu} - S_2^{ud}} = 1 \; action$$

et placer un montant de

$$b_1^u = \frac{C_2^{uu} - \delta_1^u S_2^{uu}}{1 + r} = -280.37 \; CHF$$

dans l'actif sans risque (c.-à-d. emprunter 280.37 CHF). La valeur de cette position en période 1 est de

$$C_1^u = 1 * 375 - 280.37 = 94.63 \; CHF$$

Pour répliquer l'option en période 1 si le cours de l'action a baissé, il faut acheter

$$\delta_1^d = \frac{C_2^{du} - C_2^{dd}}{S_2^{du} - S_2^{dd}} = 0 \; actions$$

et placer un montant de

$$b_1^d = \frac{C_2^{du} - \delta_1^d S_2^{du}}{1 + r} = 0 \; CHF$$

dans l'actif sans risque. La valeur de cette position en période 1 est de

$$C_1^u = 0 \; CHF$$

Pour répliquer l'option en période 0, il faut acheter

$$\delta_0 = \frac{C_1^u - C_1^d}{S_1^u - S_1^d} = 0.7 \; actions$$

et placer un montant de

$$b_0 = \frac{C_1^u - \delta_0 S_1^u}{1+r} = -157.22\,CHF$$

dans l'actif sans risque (c.-à-d. emprunter 157.22 CHF). La valeur de cette position en période 1 est de

$$C_0 = 0.7 * 300 - 157.22 = 53.06\,CHF$$

b) On considère une option Put sur l'action Comité HEC avec un prix d'exercice 300 CHF et une maturité de 2 ans. **En utilisant la relation de parité Call-Put**, déterminez le prix de l'option Put au temps 0, au temps 1 dans le cas où l'action monte, et au temps 1 dans le cas où l'action descende. **(Note : utilisez seulement la relation de parité Call-Put. Tout autre calcul ne sera pas compté !)**

Réponse :

Au temps 1 dans le cas où l'action monte :

$$P_1^u = C_1^u - S_1^u + \frac{K}{1.07} = 0\,CHF$$

Au temps 1 dans le cas où l'action descende :

$$P_1^d = C_1^d - S_1^d + \frac{K}{1.07} = 40.37\,CHF$$

Au temps 0 :

$$P_0 = C_0 - S_0 + \frac{K}{1.07^2} = 15.09\,CHF$$

Une option à choix différé (*as-you-like-it option* ou *chooser option*) donne à son détenteur (Cyril O'Hana) le droit, et non l'obligation, de choisir au temps 1 de recevoir soit l'option Call du point (a), soit l'option Put du point (b).

c) Nous sommes en période 1 et le cours de l'action Comité HEC a monté. Quel est le choix de Cyril O'Hana ? Va-t-il choisir l'option Call du point (a) ou l'option Put du point (b) ? Quelle est donc la valeur de l'option à choix différé en période 1 si le cours de l'action Comité HEC a monté (X_1^u) ?

Réponse :

Cyril O'Hana va choisir l'option Call, puisque le Put vaut 0 dans cette situation. La valeur de l'option à choix différé en période 1 si le cours a monté est donc de X_1^u = 94.63 CHF.

d) Nous sommes en période 1 et le cours de l'action Comité HEC a baissé. Quel est le choix de Cyril O'Hana ? Va-t-il choisir l'option Call du point (a) ou l'option Put du point (b) ? Quelle est donc la valeur de l'option à choix différé en période 1 si le cours de l'action Comité HEC a baissé (X_1^d) ?

Réponse :

Cyril O'Hana va choisir l'option Put, puisque le Call vaut 0 dans cette situation. La valeur de l'option à choix différé en période 1 si le cours a baissé est donc de $X_1^d = 40.37$ *CHF.*

e) Déterminez la probabilité risque-neutre que l'action monte, (q). Déterminez la probabilité risque-neutre que l'action descende, (1-q). En utilisant ces probabilités risque-neutre et les résultats obtenus aux points (c) et (d) déterminez le prix au temps 0 de l'option à choix différé (X_0).

Réponse :

La probabilité risque neutre vaut

$$q = \frac{1 + r - d}{u - d} = 0.6$$

Et donc

$$1 - q = 0.4$$

On obtient comme valeur au temps 0 pour l'option à choix différé :

$$X_0 = \frac{0.6 * 94.63 + 0.4 * 40.37}{1.07} = 68.15\ CHF$$

f) On considère une option Put sur l'action Comité HEC avec un prix d'exercice $\frac{300}{1.07} = 280.374$ CHF et une maturité de 1 an. En utilisant les probabilités risque-neutre obtenues au point (e), déterminez le prix au temps 0 de cette nouvelle option Put.

Réponse :

Le payoff de l'option Put au temps 1 si l'actif monte est 0 CHF. Le payoff de l'option Put au temps 1 si l'actif descende est 40.37 CHF.

On obtient comme valeur au temps 0 pour cette nouvelle option Put:

$$P_0^{nouveau} = \frac{0.6 * 0 + 0.4 * 40.37}{1.07} = 15.09\ CHF$$

g) Additionnez le prix de l'option Call du point (a) au prix de la nouvelle option Put obtenue au point (f). Comparez le résultat obtenu avec le prix de l'option à choix différé obtenu au point (e). Obtenez-vous les mêmes valeurs ? Si oui, pourquoi ? Veuillez justifier votre réponse.

Réponse :

$$C_0 + P_0^{nouveau} = 53.06 + 15.09 = 68.15\, CHF = X_0$$

En additionnant le prix de l'option Call du point (a) au prix de la nouvelle option Put obtenue au point (f) on obtient la valeur de l'option à choix différé obtenue au point (e).

L'option à choix différé est donc un portefeuille composé de :

1. *Une option Call avec maturité 2 ans et prix d'exercice 300 CHF.*
2. *Une option Put avec maturité 1 an et prix d'exercice* $\frac{300}{1.07} = 280.374$ *CHF.*

Ceci peut être prouvé par la relation de parité. Au temps 1, la valeur de l'option à choix différé est :

$$max(C_1, P_1) = max\left(C_1, C_1 - S_1 + \frac{300}{1.07}\right) = C_1 + max\left(\frac{300}{1.07} - S_1, 0\right)$$

La dernière égalité montre qu'on retrouve un portefeuille composé d'une option Call avec maturité 2 ans et prix d'exercice 300 CHF et une option Put avec maturité 1 an et prix d'exercice $\frac{300}{1.07}$ *CHF.*