FACULTE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES DE L'UNIVERSITE DE LAUSANNE

Professeurs : **D. Andrei** **C. Bobtcheff**	**Matière :** **Principes généraux de finance**	**Session :** **Automne 2011**

Informations générales:

- Documentation autorisée.
- Calculatrices autorisées.
- Examen de …………… pages (page de titre comprise).
- Le nombre total de points est de 100.
- Prière de répondre directement dans les espaces prévus à cet effet. Sauf mention explicite à la question concernée, les feuilles de brouillon ne seront pas corrigées.

Nom et prénom	**No matricule**	**No de place**

Note finale: ....

Q1 : ....
Q2 : ....
Q3 : ....
Q4 : ....
Bonus : ....
Total : ....

****

Exercice I (25 points)

La Compagnie Vaudoise d'Electricité (CVE) hésite entre deux compresseurs dégazés :

- le premier coûterait 500'000 CHF pour une durée de vie de cinq ans (avec un coût de maintenance annuel de 50'000 CHF)
- le deuxième compresseur coûterait 600'000 et durerait huit ans (avec un coût de maintenance de 55'000 CHF par an).

Les deux compresseurs seraient amortis linéairement sur leur durée de vie et seraient revendus 5% de leur valeur initiale à la fin de leur durée de vie.

Un kWh serait vendu à 0.171CHF.

Le choix du compresseur a un impact sur la production d'électricité :

- avec le premier, la production annuelle serait de 2'000'000 kWh. Les coûts variables autres que les frais de maintenance annuels représentent 20% du chiffre d'affaireavec le deuxième, la production annuelle serait de 2'300'000 kWh. Les coûts variables autres que les frais de maintenance annuels représentent 35% du chiffre d'affaire.

Le taux d'actualisation de ces projets est de 11%, le taux d'imposition de la société est de 35%.

Questions :

1. Si les machines ne peuvent pas être renouvelées, quel compresseur la CVE devrait-elle choisir ? ***16 points***

2. Si les machines peuvent être renouvelées à la fin de leur durée de vie, quel compresseur la CVE devrait-elle choisir ? ***4 points***

La CVE hésite toujours entre les deux compresseurs dégazés. Toutefois, on s'attend désormais à ce qu'une nouvelle technologie apparaisse à l'année 9. Cette nouvelle technologie étant extrêmement peu coûteuse et très productive, la CVE sait qu'elle abandonnera ses compresseurs à l'année 9 pour passer à la nouvelle technologie. Si la CVE décide de revendre une machine avant la fin de sa durée de vie, elle pourra la revendre à un prix correspondant à la valeur comptable du compresseur. Toutes les autres données restent identiques.

3. Quel compresseur la compagnie doit-elle alors choisir aujourd'hui ? Justifiez votre réponse. ***5 points***

machine 1

	0	1	2	3	4	5	flux lié à la revente
CA		342 000	342 000	342 000	342 000	342 000	16 250
I0	500 000						-5%*500000*65%
cout de maintenance		50 000	50 000	50 000	50 000	50 000	(il n'y a pas de valeur
cout variable		68 400	68 400	68 400	68 400	68 400	comptable, donc
CFAI		223 600	223 600	223 600	223 600	223 600	bénéfice =prix de
ammortissements		100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	revente)
impôts		43 260	43 260	43 260	43 260	43 260	
CF	- 500 000	180 340	180 340	180 340	180 340	180 340	
CF actualisés	- 500 000	162 468	146 368	131 863	118 796	116 667	176 162
						C	47 664

machine 1

		0	1	2	3	4	5	flux lié à la revente	
1 point	CA		342 000	342 000	342 000	342 000	342 000	16 250	***1.5 points***
0.5 point	I0	500 000						-5%*500000*65%	
0.5 point	cout de maintenance		50 000	50 000	50 000	50 000	50 000	(il n'y a pas de valeur	
1 point	cout variable		68 400	68 400	68 400	68 400	68 400	comptable, donc	
0.5 point	CFAI		223 600	223 600	223 600	223 600	223 600	bénéfice =prix de	
0.5 point	ammortissements		100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	revente)	
0.5 point	impôts		43 260	43 260	43 260	43 260	43 260		
0.5 point	CF	- 500 000	180 340	180 340	180 340	180 340	180 340		
	CF actualisés	- 500 000	162 468	146 368	131 863	118 796	116 667	176 162	***1 point pour VAN***
							C	47 664	***1.5 points pour C***

	machine 2									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	flux lié à la revente
CA		393 300	393 300	393 300	393 300	393 300	393 300	393 300	393 300	19 500
I0	600 000									-5%*600000*65%
cout de maintenance		55 000	55 000	55 000	55 000	55 000	55 000	55 000	55 000	(il n'y a pas de valeur
cout variable		137 655	137 655	137 655	137 655	137 655	137 655	137 655	137 655	comptable, donc
CFAI		200 645	200 645	200 645	200 645	200 645	200 645	200 645	200 645	bénéfice =prix de
ammortissements		75 000	75 000	75 000	75 000	75 000	75 000	75 000	75 000	revente)
impôts		43 976	43 976	43 976	43 976	43 976	43 976	43 976	43 976	
CF	- 600 000	156 669	156 669	156 669	156 669	156 669	156 669	156 669	156 669	
CF actualisés	- 600 000	141 143	127 156	114 555	103 203	92 976	83 762	75 461	76 445	214 701
									C	41 721

		machine 2										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	flux lié à la revente	
1 point	CA		393 300	393 300	393 300	393 300	393 300	393 300	393 300	393 300	19 500	***1.5 points***
0.5 point	I0	600 000									-5%*600000*65%	
0.5 point	cout de maintenance		55 000	55 000	55 000	55 000	55 000	55 000	55 000	55 000	(il n'y a pas de valeur	
1 point	cout variable		137 655	137 655	137 655	137 655	137 655	137 655	137 655	137 655	comptable, donc	
0.5 point	CFAI		200 645	200 645	200 645	200 645	200 645	200 645	200 645	200 645	bénéfice =prix de	
0.5 point	ammortissements		75 000	75 000	75 000	75 000	75 000	75 000	75 000	75 000	revente)	
0.5 point	impôts		43 976	43 976	43 976	43 976	43 976	43 976	43 976	43 976		
0.5 point	CF	- 600 000	156 669	156 669	156 669	156 669	156 669	156 669	156 669	156 669		
	CF actualisés	- 600 000	141 143	127 156	114 555	103 203	92 976	83 762	75 461	76 445	214 701	***1 point pour VAN***
										C	41 721	***1.5 points pour C***

Si les machines ne peuvent pas être renouvelées, il faut choisir la deuxième machine car la VAN générée est plus importante. (1 point)
Par contre, si les machines peuvent être renouvelées, il faut choisir la première machine car elle engendre un flux annuel constant plus important. (1 point)

Question 3 : Il y a deux possibilités : 1 point
- la CVE utilise la deuxième machine pendant 8 ans,
- la CVE utilise la première machine pendant 5 ans, en rachète une nouvelle pour l'utiliser 3ans.

machine 1 sur 8 ans

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	flux lié à la revente :
CA		342 000	342 000	342 000	342 000	342 000	342 000	342 000	342 000	200 000
I0	500 000					500 000				=500000-3*100000
cout de maintenance		50 000	50 000	50 000	50 000	50 000	50 000	50 000	50 000	pas d'imposition
cout variable		68 400	68 400	68 400	68 400	68 400	68 400	68 400	68 400	car pas de bénéfice.
CFAI		223 600	223 600	223 600	223 600	223 600	223 600	223 600	223 600	
ammortissements		100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	
impôts		43 260	43 260	43 260	43 260	43 260	43 260	43 260	43 260	
CF	- 500 000	180 340	180 340	180 340	180 340	- 319 660	180 340	180 340	180 340	
CF actualisés	- 500 000	162 468	146 368	131 863	118 796	- 189 703	96 417	86 862	165 040	218 111

machine 1 sur 8 ans

		0	1	2	3	4	5	6	7	8	flux lié à la revente :	
	CA		342 000	342 000	342 000	342 000	342 000	342 000	342 000	342 000	200 000	***0.5 point***
1 point	I0	500 000					500 000				=500000-3*100000	
	cout de maintenance		50 000	50 000	50 000	50 000	50 000	50 000	50 000	50 000	pas d'imposition	
	cout variable		68 400	68 400	68 400	68 400	68 400	68 400	68 400	68 400	car pas de bénéfice.	
	CFAI		223 600	223 600	223 600	223 600	223 600	223 600	223 600	223 600		
	ammortissements		100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000		
	impôts		43 260	43 260	43 260	43 260	43 260	43 260	43 260	43 260		
1 point	CF	- 500 000	180 340	180 340	180 340	180 340	***- 319 660***	180 340	180 340	180 340		
	CF actualisés	- 500 000	162 468	146 368	131 863	118 796	- 189 703	96 417	86 862	165 040	218 111	***1 point pou***

Dans ce cas, il vaut mieux utiliser la première machine, en racheter une nouvelle au bout de 5 ans, et ne l'utiliser que 4 ans par après. (0.5 point)

Exercice II (25 points)

On considère une économie composée de trois actifs A, B et C ayant les caractéristiques suivantes :

titre	rendement attendu	écart type
A	0.1	0.11
B	0.13	0.15
C	0.18	0.16

	coefficient de corrélation
ρ_{AB}	0.2
ρ_{AC}	-0.1
ρ_{BC}	0.3

Questions :

1. Déterminez l'ensemble des portefeuilles à variance minimale.
   Donnez la composition du portefeuille à variance minimale globale. Quels sont son rendement attendu et son écart type ?
   Déterminez la composition du portefeuille *efficient* P_1 qui a un rendement attendu de 11%.
   Déterminez la composition du portefeuille *efficient* P_2 qui a un rendement attendu de 14.2% ***(8 points)***

L'équation déterminant l'ensemble des portefeuilles à variance minimale est

$$\sigma_P^2(\mu_P) = \frac{A\mu_P^2 - 2B\mu_P + C}{\Delta}.$$

Pour obtenir A, B, C et Δ, il faut calculer μ et Σ: $\mu = \begin{bmatrix} \mu_A \\ \mu_B \\ \mu_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.13 \\ 0.18 \end{bmatrix}$ ***(0.5 point)***

et $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_A^2 & \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B & \rho_{AC}\sigma_A\sigma_C \\ \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B & \sigma_B^2 & \rho_{BC}\sigma_B\sigma_C \\ \rho_{AC}\sigma_A\sigma_C & \rho_{BC}\sigma_B\sigma_C & \sigma_C^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0121 & 0.0033 & -0.00176 \\ 0.0033 & 0.0225 & 0.0072 \\ -0.00176 & 0.0072 & 0.0256 \end{bmatrix}$ ***.(1 point) De même,*** $A = 1'\Sigma^{-1}1 = 141.914$ ***(0.5 point),*** $B = 1'\Sigma^{-1}\mu = 17.9207$ ***(0.5 point),*** $C = \mu'\Sigma^{-1}\mu = 2.41924$ ***(0.5 point) et Δ =AC-B^2 = 22.1735 (0.5 point).***

La composition du portefeuille à variance minimale globale est donnée par $w_g = \frac{\Sigma^{-1}1}{1'\Sigma^{-1}1} = \begin{bmatrix} 58.46\% \\ 13.90\% \\ 27.64\% \end{bmatrix}$ ***: 58.46% d'actions A, 13.90% d'actions B et 27.64% d'actions C. 1 point Son rendement attendu*** μ_g***=B/A=0.1263 0.5 point et son écart type*** σ_g***=(1/A)^2=0.0839. 0.5 point***
Les portefeuilles efficients sont sur la partie haute de la courbe, les portefeuilles dont le rendement attendu est supérieur à celui du portefeuille à variance minimale globale (12.63%). Il n'existe donc pas de portefeuille efficient avec un rendement attendu égal à 11%. Le portefeuille P_1 ***n'existe donc pas 1 point. Par contre il existe un portefeuille***

efficient qui a un rendement attendu de 14.2% Sa variance est égale à

$$\sigma_P^2(0.142) = \frac{141.914*0.142^2 - 2*17.9207*0.142 + 2.41924}{22.1735} = 0.0086$$ ***(écart type = 0.0929).***

Il faut résoudre le système suivant pour obtenir la composition du portefeuille P2 :

$$\begin{cases} w_A\mu_A + w_B\mu_B + w_C\mu_C = 0.142 \\ w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + w_C^2\sigma_C^2 + 2\rho_{AB}w_Aw_B\sigma_A\sigma_B + 2\rho_{AC}w_Aw_C\sigma_A\sigma_C + 2\rho_{CB}w_Cw_B\sigma_C\sigma_B = 0.0086 \\ w_A + w_B + w_C = 1 \end{cases}$$

La solution est w_A=40.19%0.5 point, w_B=11.69%0.5 point et w_C=48.12% ,0.5 point : le portefeuille est composé à 40.19% de l'action A, à 11.69% de l'action B et à 48.12% de l'action C

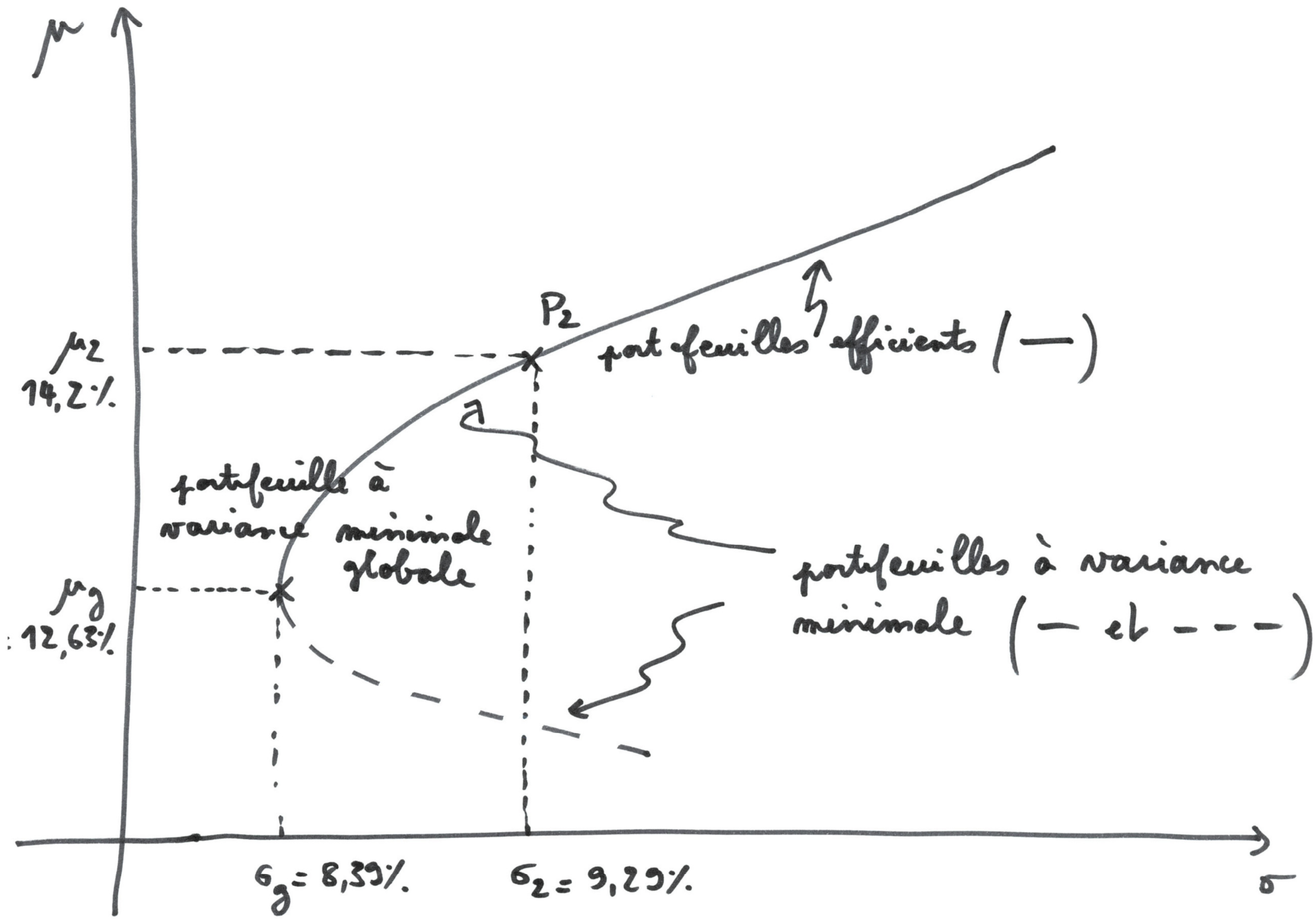
OU

$w = \lambda\Sigma^{-1}1 + \gamma\Sigma^{-1}\mu$ ***avec*** $\lambda = \frac{C - \mu_P B}{\Delta}$ ***et*** $\gamma = \frac{\mu_P A - B}{\Delta}$.

.

2. Représentez graphiquement l'ensemble des portefeuilles à variance minimale, l'ensemble des portefeuilles efficients ainsi que le portefeuille à variance minimale globale et le portefeuilles P_2. ***(2 points)***

   0.5 point pour l'ensemble des portefeuilles à variance minimale
   0.5 point pour l'ensemble des portefeuilles efficients
   0.5 point pour le portefeuille à variance minimale globale
   0.5 point pour le portefeuille P_2.



μ
μ2
14,2%
P2
portefeuilles efficients (—)
portefeuille à variance minimale globale
μg
: 12,63%
portefeuilles à variance minimale (— et - - -)
σg = 8,39%
σ2 = 9,29%
σ

3.

On considère un investisseur ayant des préférences moyenne-variance et dont le coefficient d'aversion absolue au risque a est égal à 4

3. Déterminez la composition du portefeuille P_3 choisi par cet investisseur. Calculez son rendement espéré et son écart type. ***(2.5 points)***

La composition du portefeuille optimal est donnée par $w = \frac{1 - B/a}{A}\Sigma^{-1}1 + \frac{1}{a}\Sigma^{-1}\mu = \begin{bmatrix} 13.07\% \\ 8.41\% \\ 78.52\% \end{bmatrix}$***. Le portefeuille optimal de l'investisseur est composé à 13.07% de l'action A (0.5 point), à 8.41% de l'action B (0.5 point) et à 78.52% de l'action C (0.5 point).***

Son rendement espéré est $w\mu$ ***= 16.53% (0.5 point) et son écart type est (wΣw)^0.5 = 12.97%. (0.5 point)***

On suppose qu'il existe en plus un actif sans risque dont le rendement r_f est égal à 8%.

4. Déterminez la composition du portefeuille de tangence, ainsi que son rendement espéré et son écart type.
   Quelle est l'équation satisfaite par l'ensemble des portefeuilles efficients ?
   Déterminez la composition du portefeuille efficient P_4 qui a un rendement attendu de 14.2%.
   Comparez la composition des portefeuilles P_2 et P_4. Que pouvez-vous dire ?
   Sans faire de calculs, lequel de ces deux portefeuilles devrait avoir l'écart type le plus faible ? Confirmez votre intuition par un calcul. (***6.5 points***)

La composition du portefeuille de tangence est donnée par (0.5 point pour la formule) $w = \frac{\Sigma^{-1}(\mu - r_f 1)}{B - Arf} = \begin{bmatrix} 30.82\% \\ 10.56\% \\ 58.63\% \end{bmatrix}$***, c'est-à-dire à 30.82% d'action 1 (0.25 point), à 10.56% d'action 2(0.25 point) et à 58.63% d'actions 3(0.5 point). (=1 point au total pour les trois…)***

Son rendement attendu est égal à μ_T***=15% (0.5 point) et son écart type à et*** σ_T ***= 10.33%(0.5 point).***

Dans une économie avec N actifs risqués et un actif sans risque, l'ensemble des portefeuilles efficients est donné par la droite

$$\mu_P = r_f + \frac{\mu_T - r_f}{\sigma_T}\sigma_P = 0.08 + 0.6784\sigma_P \text{.0.5 point}$$

Les portefeuilles efficients sont composés du portefeuille de tangence et de l'actif sans risque. Le portefeuille P4 est donc composé en proportion w_t ***du portefeuille de tangence et en proportion (1-***w_t***) de l'actif sans risque, avec*** w_t ***tel que*** $\mu_{P4}=w_t\mu_T+(1-w_t)r_f$***, ce qui implique*** $w_t = \frac{\mu_{P4} - r_f}{\mu_T - r_f}$ ***= 0.8848(.0.5 point) Le portefeuille*** P_4 ***est composé en proportion 0.8848 du portefeuille de tangence, et en proportion 0.1152 de l'actif sans risque(0.5 point), c'est-à-dire à 27.27 % d'action 1(0.5 point), à 9.34% d'action 2(0.5 point), à 51.88% d'action 3(0.5 point) et à 11.52% d'actif sans risque.***

Pour un rendement espéré donné, la présence de l'actif sans risque permet d'investir une quantité plus importante dans l'action 3 qui est la plus risquée, et moins dans les actions 1 et 2.
Le portefeuille P_4 doit avoir un écart type plus faible puisqu'il est obtenu avec les trois mêmes actifs risqués et avec l'actif sans risque qui est ajouté. Pour un rendement espéré donné, le risque pris doit être inférieur ou égal à ce qui est possible de faire avec trois actifs risqués uniquement. Le portefeuille P_2 a un écart type de 0.0929, alors que le portefeuille P_4 a un écart type de 0.0914, ce qui confirme bien notre intuition. (1 point)

5. Déterminez la composition du portefeuille P_5 choisi par notre investisseur, ainsi que son rendement espéré et son écart type. Comparez les portefeuilles P_3 et P_5.***(2 points)***

La composition du portefeuille P_5 est donnée par $w_t = \dfrac{\mu_T - r_f}{a\sigma_T^2}$ ***= 1.6419(0.5 point). Le portefeuille optimal choisi par l'investisseur est donc composé à 50.60% d'action 1 (0.25 point), à 17.33% d'action 2(0.25 point)., à 96.26 d'action 3(0.25 point). et à (-64.19%) d'actif sans risque(0.25 point).. Une fois de plus, l'investissement dans les actions risquées est beaucoup plus important que lors qu'il n'y avait pas d'actif sans risque.***
Son rendement espéré est 19.50% et son écart type est 16.96%. La présence de l'actif sans risque amène notre investisseur à choisir un portefeuille plus risqué (et présentant aussi un écart type plus important). 0.5 point

On suppose que le portefeuille P_4 satisfait le CAPM.

6. Déterminez β_4, le bêta du portefeuille P_4, de deux manières différentes.
   Déterminez le bêta (β_6) et l'écart type (σ_{P6}) du portefeuille P_6 qui a le même rendement attendu que le portefeuille P_4 et qui est sur la SML, mais qui a un risque systématique qui représente 40% de son risque total (risque en termes de variance). ***4 points)***

Rappelons que la définition de β est $\beta_j = \dfrac{Cov(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m)}{\sigma_m^2}$***. Rappelons qu'à l'équilibre, le portefeuille de marché est le portefeuille de tangence.*** $\beta_4 = \dfrac{Cov(w_t\tilde{r}_m, \tilde{r}_m)}{\sigma_m^2} = w_t = 0.8848$

.0.75 point

Puisque P_4 satisfait le CAPM, on a aussi $\beta_4 = \dfrac{\mu_{P4} - r_f}{\mu_m - r_f}$ ***= 0.8848.0.75 point***

Le portefeuille P_6 satisfait le CAPM et μ_{P6} = 0.142 : $\beta_6 = \dfrac{\mu_{P6} - r_f}{\mu_m - r_f}$ ***= 0.8848 0.5 point et comme son risque systématique représente 40% du risque total, $\rho_{P6,m}$ = 0.4^0.5 = 0.6325 1 point. Il s'ensuit que $\sigma_{P6} = \sigma_m \beta_6/\rho_{P6,m}$ = 0.1445.1 point***

Exercice III (25 points)

La société JUIN SA, spécialisée dans l'impression des examens universitaires pour les sessions d'été, a un ratio Dette / Fonds Propres (D/E) de 1/3. La valeur de ses fonds propres sur le marché est de 1'000 CHF.

JUIN SA a un concurrent direct, SEPTEMBRE SA, spécialisé dans l'impression des examens universitaires pour les sessions d'automne. SEPTEMBRE SA est identique en tout point à l'exception de la structure de financement. Le ratio Dette / Fonds Propres de SEPTEMBRE SA est de 0, et sa valeur de marché de 1'216.67 CHF.

L'espérance de vie des deux sociétés est infinie.

a) Quel est le taux d'imposition actuellement en vigueur? **(3 points, 2 pour calcul, 1 pour valeur finale du taux. Si la valeur finale du taux de 0.35 est marquée sans aucune justification, 0 points)**

JUIN SA est endettée (V_L) et SEPTEMBRE SA ne l'est pas (V_U). Nous savons que:

$$V_L = V_U + \tau_c D$$

Puisque E=1'000 et D/E=1/3, on a D=1'000/3=333.33 CHF. La valeur totale de marché de JUIN SA est donc de 1'333.33 CHF. Le taux d'imposition est obtenu en résolvant l'équation suivante:

$$1'333.33 = 1'216.67 + \tau_c\, 333.33$$

On obtient τ_c=0.35.

JUIN SA dégage un rendement sur actifs de 12% par an. Le rendement attendu des fonds propres est de 14% par an. La valeur de la dette sur le marché est actuellement égale à sa valeur nominale.

Pour la suite de l'exercice, utilisez le taux d'imposition obtenu à la question précédente. Si vous n'avez pas obtenu un taux à la question précédente, utilisez $\tau_c=0.35$. Les questions qui suivent (jusqu'à la fin) ne concernent que l'entreprise JUIN SA.

b) Quel est le rendement attendu des dettes de l'entreprise? **(3 points, 2 pour équation et calcul, 1 pour solution)**

On sait par Miller-Modigliani 2 avec impôts que

$$r_E = r_A + D/E(r_A - r_D)(1-\tau_c)$$

A partir de cette équation on peut obtenir r_D:

$$r_D = \frac{r_A D(1-\tau_c) - E(r_E - r_A)}{D(1-\tau_c)} = 0.02769$$

Le rendement de la dette est donc de 2.769%.

c) Quel est le montant attendu total distribué par année aux créanciers et actionnaires? Combien reçoivent en total les créanciers et les actionnaires? **(3 points, 1 pour chaque résultat)**

Le montant que les actionnaires s'attendent à recevoir est de

$$14\% \times 1'000 = 140\ CHF$$

Les créanciers s'attendent à recevoir

$$2.769\% \times 333.33 = 9.23\ CHF$$

En tout, créanciers et actionnaires reçoivent donc

$$140 + 9.23 = 149.23\ CHF$$

d) Quelle est la valeur annuelle du coût moyen pondéré du capital? **(2 points, 1 pour équation, 1 pour solution)**

Le coût moyen pondéré du capital vaut

$$WACC = \frac{D}{D+E} r_D (1 - \tau_c) + \frac{E}{D+E} r_E = 10.95\%$$

e) Quel est le bénéfice d'exploitation avant intérêts et impôts (EBIT) annuel attendu de l'entreprise? **(2 points, 1 pour équation, 1 pour solution)**

On sait que

$$V_L = \frac{EBIT(1 - \tau_c)}{WACC}$$

On obtient EBIT=224.61 CHF.

Supposons maintenant que l'entreprise JUIN SA annonce qu'elle va racheter la moitié de sa dette, ce rachat étant financé par l'émission de nouvelles actions.

f) Cette décision a-t-elle créé ou détruit de la valeur pour l'entreprise? Combien? Quelle est maintenant la valeur de l'entreprise? **(3 points, 1 point si la réponse est OUI, 1 points pour la valeur détruite, 1 point pour valeur de l'entreprise)**

Cette décision détruit de la valeur car elle réduit l'avantage fiscal de la dette d'un montant *égal au taux d'imposition multiplié par le montant de la dette racheté. Comme il n'y a pas de coûts de détresse financière, c'est le seul effet de cette décision. La valeur détruite se monte à*

$$\tau_c(D_{avant} - D_{après}) = 0.35 \times 166.67 = 58.33 \text{ CHF}$$

Par conséquent, l'entreprise vaut maintenant

$$1'333.33 - 58.33 = 1275 \text{ CHF.}$$

g) Au moment de l'annonce, comment la valeur de la dette et celle des fonds propres réagissent-elles? Par conséquent, qui subit les conséquences de l'annonce? **(3 points, 1 pour valeur de la dette, 1 pour valeur des fonds propres, 1 pour dire que ce sont les actionnaires qui subissent les conséquences)**

Au moment de l'annonce, la valeur de la dette ne réagit pas. (Puisqu'elle n'est pas risquée, le fait qu'il y en ait moins ne réduit pas son rendement attendu). La valeur des fonds propres baisse d'un montant égal à la valeur détruite, 58.33 CHF, et est donc égale à 941.67 CHF. Ce sont donc les actionnaires qui subissent les conséquences (négatives) de cette décision de rachat de la dette.

h) Quelles sont les valeurs de la dette et des fonds propres une fois le rachat de la dette effectué? Quel est alors le ratio dettes/fonds propres? **(3 points, 1 pour dette, 1 pour fonds propres, 1 pour le ratio)**

Une fois le rachat effectué, D = 333.33/2 = 166.67. La valeur des fonds propres a augmenté du montant de la nouvelle émission d'actions, 166.67, moins la valeur détruite de 58.33. La valeur des fonds propres est donc de

$$1000 - 58.33 + 166.67 = 1108.33 \text{ CHF}$$

Le ratio dettes/fonds propres devient 0.1504.

i) Quel est le rendement sur les fonds propres après le rachat? Quelle est la valeur du coût moyen du capital après le rachat? **(3 points, 1 pour formule rE, 0.5 pour son calcul, 1 pour formule WACC, 0.5 pour son calcul)**

Le rendement de la dette reste inchangé à 2.769%. On a donc

$$r_E = r_A + (D/E)(r_A - r_D)(1-\tau_c) = 12.90 \%$$

Le coût moyen pondéré du capital vaut alors WACC = 11.451%. Le coût moyen pondéré du capital a donc augmenté par rapport à ce qu'il était sous l'ancienne structure de capital. Ceci confirme que le rachat de la dette a détruit de la valeur.

Exercice IV (25 points)

L'entreprise HEC SA est spécialisée dans des conseils personnalisés aux dirigeants concernant le management responsable. Ses actions sont cotées en permanence et valent actuellement 50 CHF sur le marché. La volatilité annuelle de leur rendement est de 15%. Le taux d'intérêt de l'actif sans risque continûment composé est de 5% par an.

Une option put digitale est une option qui paie à son détenteur un montant de 1 CHF si la valeur du sous-jacent à l'échéance est inférieure au prix d'exercice, et 0 sinon. La valeur en période t d'une option put digitale venant à échéance en période T avec un prix d'exercice de X est égale à

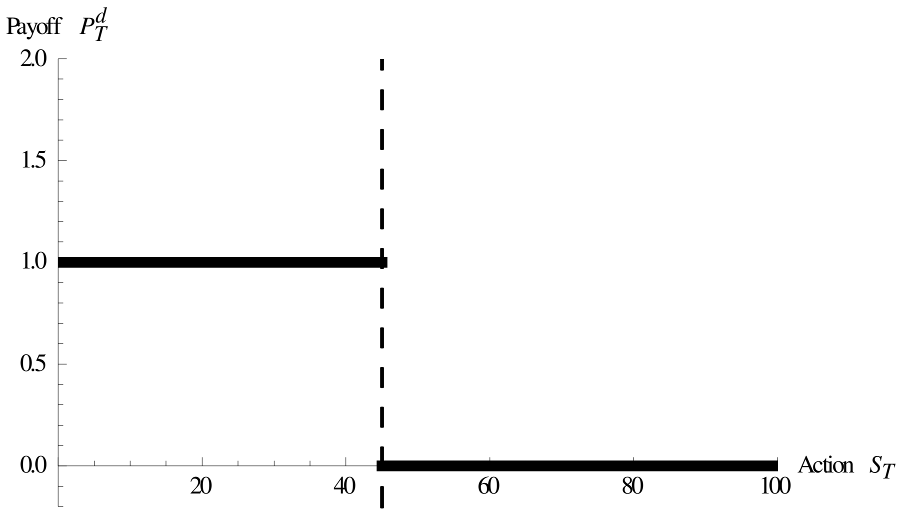
$$P_t^d = e^{-r(T-t)} N(-d_2)$$

où $N(-d_2)$ représente la fonction de densité de la loi normale cumulée et d_2 est défini comme dans la formule de Black-Scholes,

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{Ke^{-r(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}} - \frac{\sigma\sqrt{T-t}}{2}$$

a) Dessinez le diagramme de payoff d'une option put digitale sur les actions de HEC SA avec un prix d'exercice de 45. **(2 points, accordés seulement si TOUT LE GRAPHIQUE est juste)**

Le diagramme de position est le suivant:



b) Quelle est la valeur au temps initial d'une option put digitale sur les actions de HEC SA venant à échéance dans 2 ans et ayant un prix d'exercice de 45? **(2 points, 1 pour calcul, 1 pour valeur du put)**

On trouve

$$d_2 = \frac{ln\left(\frac{S_t}{Ke^{-r(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}} - \frac{\sigma\sqrt{T-t}}{2} = 0.86201$$

et N(-d2)=0.19434. La valeur du put digital est donc de

$$P_t^d = e^{-r(T-t)}N(-d_2) = 0.1759$$

c) Vous décidez d'évaluer l'option put digitale avec un modèle binomial à deux périodes. Calculez *u*, *d*, et *r* correspondant à un modèle binomial à deux périodes. **(3 points, 1 pour chaque valeur)**

En utilisant les formules du cours, on trouve u=1.1618, d=0.8607, et r=0.0513.

d) Dessinez un arbre binomial avec l'évolution du prix de l'action HEC SA pour 2 périodes. Inscrivez aussi la valeur de l'option put digitale au temps 2, calculez ensuite le prix de l'option put par la technique du portefeuille de réplication. **(5 points, 1 pour dessin arbre à 2 périodes, 3 pour calcul complet sur l'arbre, 1 pour valeur option)**

Temps 0:

δ0 = -0.0232, b0 = 1.28182, P0 = 0.12198

Temps 1:

Su = 58.0917, δu = 0, bu = 0, Pu = 0
Sd = 43.0354, δd = -0.07717, bd = 3.67012, Pd = 0.34926

Temps 2:

Suu = 67.4929, Sud = 50, Sdd = 37.0409
Puu = 0, Pud = 0, Pdd = 1

e) Calculez les probabilités risque-neutre (*q* et *1-q*) correspondant à un modèle binomial à 2 périodes. **(2 points, 1 pour q, 1 pour 1-q)**

On applique la formule du cours:

$$q = \frac{1 + r - d}{u - d} = 0.632835$$

et 1-q=0.367165.

f) Evaluez l'option put digitale avec la technique d'évaluation risque-neutre. **(3 points, 2 pour formule, 1 pour résultat)**

Le prix de l'option est:

$$P_0^d = \frac{q^2 P_{uu} + 2q(1-q)P_{ud} + (1-q)^2 P_{dd}}{(1+r)^2} = 0.12198$$

Une option call digitale est une option qui paie à son détenteur un montant de 1 CHF si la valeur du sous-jacent à l'échéance est supérieure au prix d'exercice, et 0 sinon.

g) Trouvez une relation de parité entre une option call digitale avec maturité de 2 ans et prix d'exercice de 45 et une option put digitale avec maturité 2 ans et prix d'exercice 45. Les deux options ont comme sous-jacent une action de HEC SA. **(3 points, 1.5 pour relation de parité, 1.5 pour justification)**

$$Call + Put = VA(1)$$

où VA(1) représente la valeur actuelle de 1 CHF. Cette équation est trouvée graphiquement en dessinant les payoffs des options. On remarque qu'on obtient une ligne droite horizontale au niveau 1. On obtient ensuite la relation de parité par l'absence d'opportunités d'arbitrage.

h) Dans le cadre d'un modèle binomial à 2 périodes, le prix d'une option call digitale sur une action HEC SA avec maturité 2 ans et prix d'exercice 45 peut-il être égal à 0.95 CHF? Ce prix devrait-il être plus petit ou plus grand que 0.95? Justifiez votre réponse. *Suggestion: utilisez vos réponses aux points f et g.* **(2 points, 1 pour réponse NON et pour dire que le prix devrait être plus petit, 1 pour justification)**

Puisque un call plus un put donnent un payoff sûr de 1, la somme de leurs prix ne peut certainement pas dépasser 1. Si le call coûte 0.95, il en résulte que

$$Call + Put > 1$$

Par conséquent, le prix du call devrait être plus petit.

i) Dans le cadre d'un modèle binomial à 15 périodes, le prix d'une option put digitale sur une action HEC SA avec maturité 2 ans et prix d'exercice 45 est de 0.1696 CHF. Donnez le prix d'une option call digitale sur une action HEC SA avec maturité 2 ans et prix d'exercice 45. **(3 points, 1 pour calcul r, 1 pour formule, 1 pour valeur call)**

Le taux de rendement discret correspondant est r=0.00668894. Par la relation de parité on a

$$Call = \frac{1}{(1+r)^{15}} - Put = 0.7353$$