

**FACULTE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES DE L'UNIVERSITE DE
LAUSANNE**

<u>Professeurs :</u> D. Andrei C. Bobtcheff	<u>Matière :</u> Principes généraux de finance	<u>Session :</u> Automne 2010
--	---	--

Informations générales:

- Documentation autorisée.
- Calculatrices autorisées avec restriction (selon info sur le site web du cours).
- Examen de ... pages (page de titre comprise).
- Le nombre total de points est de 100.
- Prière de répondre directement dans les espaces prévus à cet effet. Sauf mention explicite à la question concernée, les feuilles de brouillon ne seront pas corrigées.

Nom et prénom	No matricule	No de place

Note:

Q1 :

Q2 :

Q3 :

Q4 :

Bonus :

Total :

Exercice 1 (15 points)

Don Giuseppe di Carmagnola veut fonder une société qui offre des circuits touristiques guidés en Grèce et en Italie.

Au bout de 4 ans, Don di Carmagnola prendra alors sa retraite. L'investissement initial de la société consiste en un téléphone et un système de réservation par ordinateur, soit 50'000 CHF. Cet amortissement sera amorti linéairement, sans valeur résiduelle. Le taux d'imposition sur les sociétés est de $\tau = 35\%$.

Le prix d'un circuit touristique est de 5'000 CHF, ce prix restera constant en termes réels. Don di Carmagnola se rémunérera, en tant que guide, de 50 CHF par heure la première année et il prévoit que sa rémunération augmentera de 5% en termes réels. Les coûts durant le circuit touristique sont de 3'500 CHF par client la première année, et ces coûts devraient augmenter de 3% par an, en termes réels. Le taux d'inflation anticipé est de 3,5% et le taux d'actualisation est de 9% en termes nominaux.

En fonction des données ci-dessous, calculez la VAN du projet.

	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4
Nombre de clients	100	115	130	140
Nombre d'heures de visites	2080	2080	2080	2080

On calcule tous les cash-flows en termes réels et on les actualise au taux d'actualisation réel. On sait que $1+r_{nominal} = (1+r_{réel})(1+\pi)$, ce qui implique que :

$$r_{nominal} = (1+r_{réel})(1+\pi) - 1 = 5,31\%$$

τ	35%				
t	0	1	2	3	4
I0	50000				
CA (réel)		500000	575000	650000	700000
salaires (réel)		104000	109200	114660	120393
coûts variables (réels)		350000	414575	482709,5	535436,23
CFAI	-50000	46000	51225	52630,5	44170,77
amortissement		12500	12500	12500	12500
impôts		11725	13553,75	14045,675	11084,77
CF	-50000	34275	37671,25	38584,825	33086,001

taux d'intérêt réel	5,31%				
CF actualisés	-50000	32545,528	33965,478	33033,766	26896,742
VAN	76441,51				

La VAN du projet est positive, il faut donc l'entreprendre.

Exercice 2 (35 points)

L'économie est composée de 3 actifs risqués : l'action Crédit Suisse, l'action UBS et l'action Logitech qui présentent les caractéristiques suivantes :

	Rendement attendu	Ecart type
Crédit Suisse	0.2	0.15
UBS	0.35	0.3
Logitech	0.6	0.3

	Coefficient de corrélation
$\rho_{CS,UBS}$	0.4
$\rho_{CS,L}$	-0.1
$\rho_{UBS,L}$	-0.05

Questions :

- Déterminez l'ensemble des portefeuilles à variance minimale. Déterminez la composition du portefeuille à variance minimale globale, ainsi que son rendement attendu et son écart type. Faites-en une représentation graphique approximative dans le plan (σ, μ) . Sur ce graphe, mettez en évidence les portefeuilles efficients.

Nous sommes dans le cas ici de 3 actifs risqués, l'ensemble des portefeuilles à variance minimale est donné grâce à l'équation

$$\sigma_p^2(\mu_p) = \frac{A\mu_p^2 - 2B\mu_p + C}{\Delta} = \frac{61.20\mu_p^2 - 36.12\mu_p + 6.89}{95.25},$$

avec $A = 1'\Sigma^{-1}1 = 61.20$, $B = 1'\Sigma^{-1}\mu = 18.06$, $C = \mu'\Sigma^{-1}\mu = 6.89$ et $\Delta = AC - B^2 = 95.25$, et où

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.0225 & 0.018 & -0.0045 \\ 0.018 & 0.09 & -0.0045 \\ -0.045 & -0.045 & 0.09 \end{bmatrix}$$

La composition du portefeuille à variance minimale globale est donnée par l'expression suivante :

$$w_g = \frac{\Sigma^{-1}1}{1'\Sigma^{-1}1} = \begin{bmatrix} 0.7336 \\ 0.0458 \\ 0.2205 \end{bmatrix}.$$

Ce la signifie que 73.36% de la richesse est investie dans l'action Crédit Suisse, 4.58% dans l'action UBS et 22.05% dans l'action Logitech.

Son rendement attendu est $\mu_g = 29.51\%$ et son écart type est $\sigma_g = \sqrt{w_g'\Sigma w_g} = 12.78\%$

- Déterminez la composition du portefeuille effient P_1 présentant un rendement attendu $\mu_1 = 32\%$. Quel est son écart type ?

D'après le cours, la composition d'un portefeuille à variance minimale ayant un rendement attendu μ_1 est donné par (notez que comme $\mu_1 > \mu_g$, ce portefeuille est effient)

$$w = \lambda \Sigma^{-1} 1 + \gamma \Sigma^{-1} \mu = \begin{bmatrix} 0.6536 \\ 0.0742 \\ 0.2722 \end{bmatrix}$$

avec $\lambda = \frac{C - \mu_1 B}{\Delta} = 0.011$ et $\gamma = \frac{\mu_1 A - B}{\Delta} = 0.016$.

Le portefeuille P_1 est composé de 65.36% d'actions Crédit Suisse, 7.42% d'actions UBS et 27.22% d'action Logitech.

$$\sigma_1 = 12.94\%$$

On suppose maintenant qu'il existe un actif sans risque dont le rendement, r_f , est égal à 8%.

- Déterminez la composition du portefeuille de tangence, ainsi que l'ensemble des portefeuilles efficients. Déterminez la composition du portefeuille efficient P_2 qui a un rendement attendu $\mu_2 = \mu_1$.

La composition du portefeuille de tangence est donnée par :

$$w_T = \frac{\Sigma^{-1}(\mu - r_f 1)}{B - A r_f} = \begin{bmatrix} 0.3540 \\ 0.1804 \\ 0.4656 \end{bmatrix}.$$

Le portefeuille de tangence est composé à 35.40% d'actions Crédit Suisse, 18.04% d'actions UBS et 46.56% d'actions Logitech. On a facilement que $\mu_T = 0.4133$ et $\sigma_T = 0.1591$.

L'ensemble des portefeuilles efficients se trouve sur la droite

$$\mu_P = r_f + \frac{\mu_T - r_f}{\sigma_T} \sigma_P = 0.08 + 2.0946 \sigma_P.$$

Le portefeuille P_2 a un rendement attendu $\mu_2 = 32\%$ et un écart type $\sigma_2 = (0.32 - 0.08) / 2.0946 = 0.1146$. Le portefeuille P_2 est efficient, il n'est donc composé que du portefeuille de tangence et de l'actif sans risque. Soit w_t la proportion de la richesse investie dans le portefeuille de tangence. On a donc : $\sigma_2^2 = w_t^2 \sigma_T^2$, d'où $w_t = \frac{\sigma_2}{\sigma_T} = 72\%$. Ainsi :

- $1 - 0.72 = 28\%$ de la richesse est investie dans l'actif sans risque,
- $0.72 * 0.3540 = 25.49\%$ de la richesse est investie dans l'action Crédit Suisse,
- $0.72 * 0.1804 = 12.99\%$ de la richesse est investie dans l'action UBS,
- $0.72 * 0.4656 = 33.53\%$ de la richesse est investie dans l'action Logitech.

Le portefeuille P_2 est très différent du portefeuille P_1 même s'ils ont le même rendement attendu. On voit que le portefeuille P_2 est beaucoup moins risqué que le portefeuille P_1 , cela étant dû à la présence de l'actif sans risque qui permet de s'assurer un rendement minimal sans aucune prise de risque.

On suppose que les portefeuilles P_1 et P_2 satisfont le CAPM.

- Déterminez le coefficient β_1 et β_2 de chacun de ces portefeuilles. Calculez également le coefficient de Sharpe de ces deux portefeuilles.

Commentez les résultats. La valeur de SR_2 vous rappelle-t-elle quelque chose ?
 Calculez le risque unique (en termes d'écart type) de P_1 .

Les deux portefeuilles ont le même β qui est égal à

$$\beta_1 = \beta_2 = \frac{\mu_1 - r_f}{\mu_T - r_f} = \frac{0.32 - 0.08}{0.4133 - 0.08} = 0.72.$$

Le coefficient de Sharpe est égal à

$$SR = \frac{\mu_P - r_f}{\sigma_P}.$$

$SR_1 = 1.8557$ et $SR_2 = 2.0947$.

Le portefeuille P_2 est efficient, il n'a pas de risque unique et a donc un ratio de Sharpe plus important que le portefeuille P_1 qui a du risque unique. De plus comme il est efficient, son ratio de Sharpe est égal à la pente de la CML.

Les deux portefeuilles ont le même β donc le même risque systématique. Le risque unique du portefeuille P_1 est donc égal à la différence entre les variances des deux portefeuilles :

$$\sigma_1^2 - \sigma_2^2 = 0.36\%, \text{ ce qui entraîne : } \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} = 6\%.$$

5. Le CAPM a fait l'objet de nombreuses critiques, et les conseillers financiers préfèrent utiliser l'APT à trois facteurs. Des analystes financiers souhaitent utiliser l'APT à deux facteurs : l'inflation et le PNB pour déterminer les rendements attendus de leurs portefeuilles.

Ils considèrent les deux portefeuilles P_1 , et P_2 et l'action Logitech.

Les informations suivantes sont données :

- prime de risque liée à l'inflation : 12%,
- prime de risque liée au PNB : 14%.

De plus, ils disposent des informations suivantes :

	Sensibilité à l'inflation	Sensibilité au PNB
Portefeuille P_1	x_1	3.8
Portefeuille P_2	2.1	y_2
Action Logitech	2.2	1.2

Trouver x_1 et y_2 , sachant que les portefeuilles P_1 et P_2 satisfont l'APT.

L'action Logitech satisfait-elle l'APT ? Existe-t-il une opportunité d'arbitrage utilisant le portefeuille C ? Si oui, la mettre en place très soigneusement.

P_1 satisfait l'APT : $\mu_1 = r_f + 0,12 * x_1 + 3.8 * 0.14$, c'est-à-dire :

$$x_1 = \frac{0.32 - 0.08 - 3.8 * 0.14}{0,12} = -2.43.$$

P_2 satisfait l'APT : $\mu_2 = r_f + 2.1 * 0,12 + y_2 * 0.14$, c'est-à-dire :

$$y_2 = \frac{0.32 - 0.08 - 2.1 * 0.12}{0,14} = -0.09.$$

*Selon l'APT, le rendement attendu de l'action Logitech devrait être $0.08 + 0.12 * 2.2 + 0.14 * 1.2 = 0.512$. Puis que son rendement est supérieur à ce que prédit l'APT, nous allons acheter l'action Logitech, cela nous donnera une sensibilité de 2.2 à l'inflation et de 1.2 au PNB. Nous allons combiner les deux autres actifs pour avoir un portefeuille ayant une sensibilité de -2.2 à l'inflation et -1.2 au PNB :*

$$\begin{cases} -2.43w_1 + 2.1w_2 = -2.2 \\ 3.8w_1 - 0,09w_2 = -1.2 \end{cases}$$

cela implique $w_1 = -0.3502$ et $w_2 = -1.4529$. Il faut ensuite une position de $w_0 = -(1 - 0.3502 - 1.4529) = 0.8031$ dans l'actif sans risque.

Exercice 3 (30 points)

Une fois les études terminées, vous commencez votre travail chez Gilotech S.A., société suisse spécialisée dans la production de périphériques informatiques, à Romanel-sur-Morges. Le CEO, Daniel Porel, lui-même diplômé HEC, vous demande quelques conseils concernant la politique de financement de son entreprise. Il vous fournit les données suivantes:

Le bénéfice moyen (risqué) avant intérêts et impôts, EBIT, est de 9 millions CHF par an. Gilotech S.A. a émis des dettes d'une valeur de $D = 100$ millions CHF, rémunérées à $r_D = 4\%$ par an. Le rendement sur les fonds propres est de $r_E = 13\%$ par an. Le taux d'imposition sur les bénéfices des entreprises est de $t_c = 35\%$.

a) (4 points) Calculez la valeur des fonds propres sur le marché. Calculez la valeur totale de Gilotech S.A.

La valeur des fonds propres est égale au montant du bénéfice après impôts, escompté au taux de rendement des fonds propres. Les valeurs sont en millions CHF:

Bénéfice avant intérêts et impôts	9
Intérêts (4% de 100)	4
Bénéfice avant impôts	5
Impôts (35%)	1.75
Bénéfice après impôts	3.25

Les fonds propres valent donc $E = 3.25/0.13 = 25$ millions CHF. La valeur totale de Gilotech S.A. est donc de $V_L = 100 + 25 = 125$ millions CHF.

b) (4 points) Calculez le coût moyen pondéré du capital, WACC. Quel est le rendement sur les actifs, r_A ?

Comme les dettes valent 100 millions CHF, on sait que $D/(D+E) = 100/125 = 0.8$ et $E/(D+E) = 25/125 = 0.1936$. En utilisant les autres valeurs, on a donc

$$W.A.C.C. = (1 - t_c) r_D \frac{D}{D + E} + r_E \frac{E}{D + E} = 0.0468$$

Le lien entre le WACC et le rendement sur les actifs est

$$W.A.C.C. = \left(1 - t_c \frac{D}{D + E}\right) r_A$$

La solution est donc

$$r_A = \frac{W.A.C.C.}{1 - t_c \frac{D}{D + E}} = 0.065$$

c) (2 points) Calculez à nouveau le coût moyen pondéré du capital, cette fois-ci en utilisant seulement les données EBIT, t_c et V_L .

Nous pouvons calculer WACC directement à partir de la formule

$$WACC = \frac{EBIT(1 - t_c)}{V_L} = \frac{5.85}{125} = 0.0468$$

d) (3 points) Quelle serait la valeur de l'entreprise si elle n'était pas endettée, V_U ? Quel serait alors le rendement sur ses fonds propres?

La valeur de l'entreprise endettée est la valeur de l'entreprise non endettée, plus la valeur actuelle de l'avantage fiscal,

$$V_L = V_U + t_c D$$

On a donc

$$V_U = V_L - t_c D = 90 \text{ millions CHF}$$

Le rendement sur les fonds propres serait donc de $9(1-0.35)/90 = 0.065$, ce qui correspond au rendement sur les actifs calculé sous (b).

e) (2 points) Calculez à nouveau V_U , cette fois-ci en utilisant seulement les données EBIT, t_c et r_A .

Nous pouvons calculer V_U directement à partir de la formule

$$V_U = \frac{EBIT(1 - t_c)}{r_A} = \frac{5.85}{0.065} = 90 \text{ millions CHF}$$

Monsieur Porel vient donc de comprendre que la valeur de l'entreprise est plus grande grâce à l'avantage fiscal. Il pense donc que son entreprise devrait prendre encore plus de dette. Vous vous décidez alors de lui parler de coûts de détresse financière. Il n'en a jamais entendu parler mais il vous demande d'en faire une analyse. Après quelques heures de travail, vous pensez que l'entreprise encourt des coûts de détresse financière de $K(D) = \exp(0.03 \cdot D) - 1$, où "exp" représente la fonction exponentielle.

f) (3 points) Quelle est la valeur de l'entreprise en supposant que les dettes valent toujours 100 millions CHF et restent rémunérées à 4%? Quelle est la valeur de ses fonds propres?

On sait que $V_L = V_U + t_c D - K(D)$. Les coûts de détresse se montent à 19.09 millions CHF. Dans notre cas, on a donc

$$V_L = 90 + 35 - 19.09 = 105.91 \text{ millions CHF}$$

Comme la dette vaut toujours 100, la valeur des fonds propres est donc de 5.91 millions CHF.

g) (3 points) Faut-il diminuer ou augmenter la quantité de dette actuelle afin de maximiser la valeur totale de l'entreprise? Déterminez la quantité de dette optimale.

La structure de capital est optimale si la valeur de D maximise

$$V_L = V_U + t_c D - K(D)$$

La condition de premier ordre pour un maximum est de

$$D = \frac{\ln\left(\frac{t_c}{0.03}\right)}{0.03} = 81.89 \text{ millions CHF}$$

Il faut donc diminuer la dette afin de maximiser la valeur de l'entreprise.

Monsieur Porel comprend maintenant l'effet des coûts de détresse financière. Il va peut-être décider de réduire la dette mais pour le moment, on suppose que le montant des dettes reste le même ($D = 100$). Il se demande maintenant si l'entreprise ne devrait pas déménager à Zoug, où le taux d'imposition sur les bénéfices des entreprises est de $t_c = 22\%$. Il aimerait que vous quantifiiez l'effet de cette diminution d'impôts.

h) (3 points) Quelle est la valeur totale de Gilotech S.A. et la valeur de ses fonds propres en gardant toujours le même montant pour les dettes ($D = 100$)?

Nous voulons calculer

$$V_L = V_U + t_c D - K(D)$$

Avant tout nous devons ré-calculer la valeur de l'entreprise non endettée:

$$V_U = \frac{EBIT(1 - t_c)}{r_A} = \frac{7.02}{0.065} = 108 \text{ millions CHF}$$

La valeur de l'entreprise endettée est donc de

$$V_L = 108 + 22 - 19.09 = 110.91 \text{ millions CHF}$$

Comme la dette vaut toujours 100, les fonds propres valent 10.91 millions CHF.

Monsieur Porel pense alors avoir la bonne solution: (1) déménager à Zoug, et (2) ajuster le montant des dettes à la valeur trouvée au point (g). Vous allez lui montrer qu'il y a encore une erreur de raisonnement. En effet, le montant de la dette optimale va changer.

i) (3 points) Quelle est la quantité de dette optimale dans ces nouvelles conditions ($t_c = 22\%$)?

La structure de capital est optimale si la valeur de D maximise

$$V_L = V_U + t_c D - K(D)$$

La condition de premier ordre pour un maximum est de

$$D = \frac{\ln\left(\frac{tc}{0.03}\right)}{0.03} = 66.41 \text{ millions CHF}$$

Comme le taux d'imposition a diminué, la valeur de l'avantage fiscal de la dette est plus faible et l'entreprise va choisir d'avoir moins recours à la dette.

j) (3 points) Avec la structure optimale, combien l'entreprise vaut-elle? Quelle est la valeur des fonds propres sur le marché? Quel est le nouveau coût moyen pondéré du capital?

Nous connaissons la valeur de l'entreprise non endettée et la valeur optimale de la dette. Nous pouvons donc calculer la valeur totale de l'entreprise comme étant

$$V_L = V_U + t_c D - K(D) = 108 + 14.61 - 6.33 = 116.28 \text{ millions CHF}$$

Ceci signifie que la valeur des fonds propres est de $116.28 - 66.41 = 49.86$. Le nouveau coût moyen pondéré du capital est égal à

$$WACC = \frac{EBIT(1 - t_c)}{V_L} = 0.0604$$

Exercice 4 (20 points)

Juste après vos examens de 2ème année HEC, vous recevez un coup de fil de Soldman Gachs, banque d'investissement basée à New York, afin d'être évalué(e) pour un possible stage d'une durée de deux mois chez eux. Pour éviter tout déplacement inutile, ils se décident de vous poser directement quelques simples questions par téléphone. Les informations qu'ils vous fournissent sont les suivantes.

Une action a actuellement une valeur de 100 CHF. De période en période, sa valeur peut soit augmenter de 25%, soit baisser de 20% (c.à.d. $u = 1.25$ et $d = 1/1.25=0.8$). Le taux d'intérêt hors risque est de 5% par période.

a) (3 points) Quel est le prix d'une option call avec une maturité de 2 périodes et prix d'exercice de 90, C_{90} ? Veuillez utiliser la méthode d'évaluation risque neutre.

Les probabilités risque-neutre de hausse et baisse du sous-jacent sont respectivement

$$q = \frac{1 + r - d}{u - d} = \frac{0.25}{0.45} = \frac{5}{9}$$

$$1 - q = \frac{1}{9}$$

Après 2 périodes, il y a 3 états de nature:

<i>Etat</i>	<i>Probabilité risque neutre</i>	<i>Sous-jacent</i>	<i>Payoff</i>
<i>uu</i>	<i>0.3086</i>	<i>156.25</i>	<i>66.25</i>
<i>ud</i>	<i>0.4938</i>	<i>100</i>	<i>10</i>
<i>dd</i>	<i>0.1975</i>	<i>64</i>	<i>0</i>

Le prix du call est alors donné par

$$C_{90} = \frac{1}{(1+r)^2} \mathbb{E}_0^Q [\text{Payoff}] = \frac{0.3086 \times 66.25 + 0.4938 \times 10}{1.05^2} = 23.03 \text{ CHF}$$

b) (2 points) Quel est le prix d'une option put avec une maturité de 2 périodes et prix d'exercice de 90, P_{90} ? Veuillez utiliser la relation de parité.

Nous savons que

$$C_{90} - P_{90} = S_0 - \frac{K}{(1+r)^2}$$

Le prix de l'option put est donc

$$P_{90} = 23.03 - 100 + \frac{90}{1.05^2} = 4.66 \text{ CHF}$$

c) (2 points) Serait-il possible d'évaluer une deuxième option put, avec une maturité de 2 périodes et prix d'exercice de 100, toujours par la relation de parité? Prière de répondre par OUI ou NON et de justifier la réponse. Pas besoin calcul supplémentaire pour cette question.

NON, pour la relation de parité il faut avoir le même prix d'exercice.

d) (3 points) Vous désirez avoir à disposition pour votre consommation en période 2 un montant de 260 si la valeur du sous-jacent a baissé deux fois, 40 si elle a baissé une fois et a augmenté une fois, et 265 si elle a augmenté deux fois. Calculez le prix de cette stratégie en utilisant la méthode d'évaluation risque-neutre.

Après 2 périodes, il y a 3 états de nature:

<i>Etat</i>	<i>Probabilité risque neutre</i>	<i>Stratégie (X_2)</i>
<i>uu</i>	<i>0.3086</i>	<i>265</i>
<i>ud</i>	<i>0.4938</i>	<i>40</i>
<i>dd</i>	<i>0.1975</i>	<i>260</i>

Le prix de la stratégie est alors donné par

$$X_0 = \frac{0.3086 \times 265 + 0.4938 \times 40 + 0.1975 \times 260}{1.05^2} = 138.69 \text{ CHF}$$

e) (2 points) Décrivez maintenant un plan équivalent donnant le payoff en période 2 décrit au point (d) en n'utilisant que les options put et call venant à échéance en période 2, c.à.d. l'option call C_{90} et l'option put P_{90} . Combien d'options call et d'options put allez-vous acheter?

On doit acheter 4 options call et 10 options put. A la fin nous allons avoir 260 si la valeur du sous-jacent a baissé deux fois, 40 si elle a baissé une fois et a augmenté une fois, et 265 si elle a augmenté deux fois.

f) (2 points) Quel est le prix de cette nouvelle stratégie? Interprétez le résultat en comparant avec la solution au point (d).

Le prix de la stratégie est

$$4 \times 23.03 + 10 \times 4.66 = 138.69 \text{ CHF}$$

Nous obtenons le même prix, puisque le payoff à la fin est le même. Ceci est du à la Loi du prix unique.

g) (2 points) Nous allons maintenant passer de temps discret en temps continu, afin d'utiliser la formule de Black-Scholes. Tout calcul à partir de maintenant et jusqu'à la fin de cet exercice se fait en temps continu. Pour cela, veuillez calculer les valeurs des deux paramètres supplémentaires: σ , l'écart-type du taux de rentabilité de l'action par période, et r_c , le taux d'intérêt continûment composé par période.

Nous avons

$$\sigma = \ln(u) = 0.2231$$

$$r_e = \ln(r + 1) = 0.0488$$

h) (4 points) Calculez le prix de la stratégie $Y_{90} = C_{90} - P_{90}$. Pour rappel, le calcul doit être fait en temps continu.

Pas besoin de calculer le prix du call et le prix du put en temps continu. Nous connaissons la relation de parité

$$C_0 - P_0 = S_0 - Ke^{-2r} = 100 - 81.44 = 18.56 \text{ CHF}$$